EXERCICE N° 1 — 20' — 5 point

1. Soit les nombres complexes et $z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$
   (a) crire z_1 sous forme algébrique.
   (b) crire z_2 sous forme exponentielle.
2. Dans le plan complexe $\mathscr{P}$ muni d'un repère orthonormé direct , on considère les points A et B d'affixes respectifs et $z_A = \sqrt{2}z_1$ et $z_B = i\overline{z_2}$
   (a) Montrer que OAB est un triangle isocèle.
   (b) crire $\dfrac{z_A}{z_B}$ sous forme algébrique puis sous forme exponentielle.
   (c) En déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA}\right)$.
   (d) Donner les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$
3. Pour tout point $M(z) \neq B$, on associe le point $M'(z')$ tel que : $z' = \dfrac{z - z_A}{z - z_B}$
   (a) Déterminer l'ensemble des points M lorsque décrit la droite $(O, \overrightarrow{u})$.
   (b) Déterminer l'ensemble des points lorsque M décrit la médiatrice du segment $[AB]$.

EXERCICE N° 2 — 25' — 5 point

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé ; on considère les points A, B et C d'affixes respectifs :$a = 1$; $b = i$ et $c = 1 + i$.
A tout point M d'affixe $z \neq 1$ associe le point $M'(z')$ tel que : $z' = \dfrac{iz}{z-1}$.

1. (a) Placer les points A, B et C.
   (b) Montrer que $OACB$ est un carré.
2. Mettre c sous forme trigonométrique et calculer c^{2019}.
3. Pour quelles valeurs de l'entier n , c^n est-il un réel ?
4. Déterminer les ensembles : $E_1 = \{M(z) \in P$tel que $|z'|=1\}$ et $E_2 = \{M(z) \in P$tel quez' est réel$\}$
5. (a) Montrer que pour tout nombre complexe z on a : $z' - i = \dfrac{i}{z-1}$.
   (b) En déduire que $BM'.AM = 1$
6. (a) Déterminer l'ensemble $\mathscr{C} = \{M(z) \in P$tel que$(z-1)(\bar{z}-1) = 4\}$.

☎ : 23390248 - 29862267
Tous droits réservées ©TakiAcademy.com

(b) Montrer que si M appartient à $\mathscr{C}$ alors M' appartient à un cercle que l'on précisera .

7. On pose $z = e^{i\theta}$, avec$\theta \in]0, \pi[$

   (a) Montrer que $e^{i\theta} - 1 = 2i \sin\dfrac{\theta}{2} e^{i\frac{\theta}{2}}$

   (b) En déduire le module et un argument de z'.

EXERCICE N° 3 | 20' | 5 point

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$. On désigne par (C) le cercle de centre O et de rayon 1 et par I et A les points d'affixes respectives 1 et $a = \sqrt{3} + i$.

1. (a) Donner la forme exponentielle de a.

   (b) Construire le point A.

2. Soit B le point d'affixe $b = \dfrac{a-1}{1-\bar{a}}$

   (a) Vérifier que $b\bar{b} = 1$. En déduire que le point B appartient au cercle (C).

   (b) Montrer que $\dfrac{b-1}{a-1}$ est un réel. En déduire que les points A, B et I sont alignés.

   (c) Construire le point B dans le repère .

3. Soit θ un argument du nombre complexe b . Montrer que $\cos\theta = \dfrac{2\sqrt{3}-3}{5-2\sqrt{3}}$ et $\sin\theta = \dfrac{2-2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$

EXERCICE N° 4 | 25' | 5 point

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$. On considère les points A et B d'affixes respectives $a = \dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $b = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + i\dfrac{1}{2}$.

1. (a) Donner l'écriture exponentielle de chacun des nombres complexes a et b.

   (b) Vérifier que $b^2 = a$.

2. Soit C le point d'affixe $c = a + b$.

   (a) Placer les points A, B et C.

   (b) Vérifier que $c = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$

3. On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) ; $z^2 + z - c = 0$.

   (a) Vérifier que b est une solution de l'équation (E).

   (b) On désigne par d la deuxième solution de l'équation (E). Montrer que $d = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} e^{i(\frac{-11\pi}{12})}$

   (c) Placer alors le point D d'affixe d.

☎ : 23390248 - 29862267
Tous droits réservées ©TakiAcademy.com